840

华南理工大学
2018 年攻读硕士学位研究生入学考试试卷

（试卷上做答无效，请在答题纸上做答，试后本卷必须与答题纸一同交回）

科目名称：信号与模式基础综合

适用专业：控制科学与工程

1. (1) 一个系统的输入 $x(\mathrm{t})$ 和输出 $y(\mathrm{t})$ 之间的关系由下式给出

$$y(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ x(t)+x(t-2), & t\geq 0\end{cases}$$

请分析说明该系统是否为线性时不变系统？（6 分）

(2) 离散时间信号 $x[n]=\sin(\omega_0 n)$ 是否为周期信号？如果是，周期是多少？（5 分）

(3) 计算离散时间信号 $x[n]=\cos(\frac{6\pi}{7}n)$ 的傅里叶级数系数 a_k，并画图表示。（5 分）

2. (1) 一个线性时不变系统对输入 $x(\mathrm{t})$ 的响应是 $y(\mathrm{t})$，证明：该系统对输入 $x'(\mathrm{t})=\frac{dx(\mathrm{t})}{dt}$ 的响应是 $y'(\mathrm{t})=\frac{dy(\mathrm{t})}{dt}$。（5 分）

(2) 一个连续时间信号 $x(\mathrm{t})$ 的傅里叶变换是 $X(\mathrm{j}\omega)$，证明：信号 $tx(\mathrm{t})$ 的傅里叶变换是 $j\frac{d}{d\omega}X(\mathrm{j}\omega)$。（5 分）

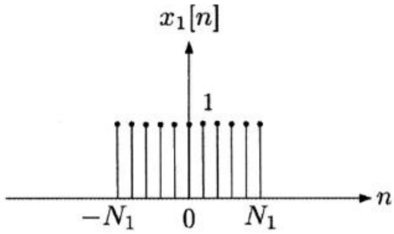
(3) 一个线性时不变系统，如果输入信号 $x(t)=e^{-t}u(t)$ 得到的输出是 $y(t)=\left[\frac{1}{4}e^{-t}+\frac{1}{2}te^{-t}-\frac{1}{4}e^{-3t}\right]u(t)$，求该系统的单位冲激响应，并写出该系统的微分方程。（10 分）

3. 两个离散时间信号 $x_1[n]$ 和 $x_2[n]$ 分别如下图(a)和(b)所示，其中

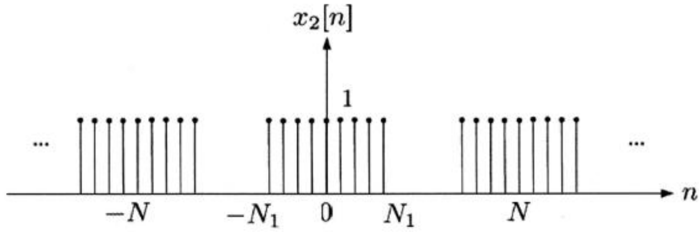
$$x_1[n]=\begin{cases}1, & -N_1\leq n\leq N_1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

$x_2[n]$ 是将 $x_1[n]$ 进行周期性扩展，周期为 $N>2N_1$。请分别计算：

(1) $x_1[n]$ 的傅里叶变换 $X_1(e^{j\omega})$；(2) $x_2[n]$ 的傅里叶级数系数 a_k；(3) $x_2[n]$ 的傅里叶变换 $X_2(e^{j\omega})$。（15 分）



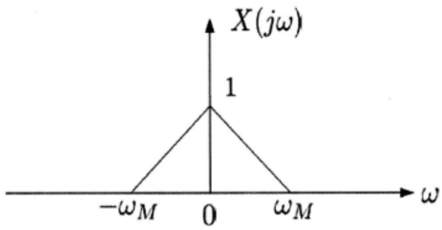
(a)



(b)

4. 一个系统的拉普拉斯变换为 $X(s)=\dfrac{1}{(s+1)(s+2)}$，请根据其极点分布，求出所有与该变换对应的信号序列及其收敛域。（9 分）

5. 已知一个连续时间信号 $x(t)$ 的频谱如下图所示。现利用冲激串 $p(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-nT)$ 对其进行采样，得到 $x_p(t)=x(t)p(t)$。令 $\omega_s=\dfrac{2\pi}{T}$。



(1) 求出 $x_p(t)$ 的频谱 $X_p(j\omega)$ 的表达式，并分别画出 $\omega_s=\omega_M$，$2\omega_M$ 和 $4\omega_M$ 时的频谱，然后说明采样周期 T 满足什么条件时，可以从 $x_p(t)$ 重构 $x(t)$？（9 分）

(2) 如果 $x(t)$ 是 6 Hz 的正弦波，采样频率是 8Hz，用于重构的理想低通滤波器带宽等于采样频率，即 $H(\mathrm{j}\omega)=1,\quad -0.5\omega_s \le \omega \le 0.5\omega_s$，其余频带 $H(\mathrm{j}\omega)=0$。请问重构后的信号频率是多少？如果采样频率为 20Hz，那么重构后的信号频率是多少？请分别画图说明。（6 分）

6. 执行任务为传送带中苹果与梨的自动分类，请简述该任务对应的模式识别系统中的基本操作及每个操作的作用。（10 分）

7. 假设在某个医院中对就诊患者的细胞判别中，正常（w_1）和癌变（w_2）两类先验概率分别为 $P(w_1)=0.9, P(w_2)=0.1$，现有一待识别细胞，其观察值记为 x，从类条件概率密度分布曲线上查得 $P(\mathrm{x}\,|\,w_1)=0.3, P(\mathrm{x}\,|\,w_2)=0.65$，并且已知判别风险函数为 $\lambda_{11}=0,\lambda_{12}=8,\lambda_{21}=1,\lambda_{22}=0$，那么：

   a) 请使用基于最小错误率的贝叶斯决策方法对该细胞 x 进行分类决策；（6 分）
   b) 请使用基于最小风险的贝叶斯决策方法对该细胞 x 进行分类决策；（6 分）
   c) 分析这两种结果的异同与原因。（3 分）

8. 线性判别分析是一种常用的数据降维方法，现用其对以下两类样本集进行分析：
   $w_1=\{(0,0,0)^T,(2,2,0)^T,(2,0,2)^T,(2,0,0)^T\}, w_2=\{(0,0,2)^T,(0,2,0)^T,(0,2,2)^T,(2,2,2)^T\}$。

   a) 请描述线性判别分析的基本思想；（6 分）
   b) 请使用线性判别分析方法确定一个直线方向，能够使这两类样本在投影到该直线后达到最佳分类效果。（9 分）

9. 已知某医院体检数据中，5 个检测者的血液量与红血球的测量数据如下：$(45,6.53),(42,6.30),(35,5.90),(58,9.49),(40,6.20)$。请利用最小二乘估计思想，推导并求解自变量血液量与变量红血球的线性回归方程。（10 分）

10. 现有样本集 $X=\{(-1,0)^T,(2,0)^T,(2,1)^T,(0,1)^T\}$，试用 K-means 算法进行聚类分析（类别数 $C=2$），其中

a) 初始聚类中心为$(0,0)^T,(0,-6)^T$，能否顺利将上述样本集聚成两类？试分析可能会出现的问题。（6 分）

b) 初始聚类中心为$(0,0)^T,(1,0)^T$，请计算该样本集的聚类结果。（9 分）

11. 对一幅道路图像，希望能把道路部分划分出来。请按自己的理解，分别用有监督学习和无监督学习的方法，描述这一任务的完成。（10 分）